

### Исследование собственных частот сварной конструкции рабочего колеса промышленного вентилятора в программном комплексе APM FEM

И. Ю. Григоров<sup>1</sup> , Д. Ю. Казаков<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Юго-Западный государственный университет  
ул. 50 лет Октября, д. 94, г. Курск 305040, Российская Федерация

 e-mail: grigorov.igor@mail.ru

#### Резюме

**Целью исследования** является получение числовых значений появления резонанса исследуемой конструкции и оценка влияния количества сварных шов на резонанс рабочего колеса промышленного вентилятора в программном комплексе APM FEM.

**Методы.** В данной статье используется расчет методом конечных элементов сварной конструкции рабочего колеса промышленного вентилятора в программном комплексе APM FEM для КОМПАС-3D v23.0.0.8. Конструкция моделировалась в программе КОМПАС V23, сварные швы конструкции по ГОСТ 14771-76-Т3 смоделированы с помощью приложения «Неразъемные соединения». В местах расположения сварных швов применено преобразование швов в тело, для учета их при генерации сетки конечных элементов.

**Результаты.** На основании проведённого анализа можно утверждать, что конструкция обладает высоким запасом вибрационной устойчивости при номинальных нагрузках. Увеличение количества сварных швов с двух до четырёх на каждую лопатку рабочего колеса промышленного вентилятора при проектировании конструкции, незначительно повышает значения появления резонанса. Таким образом, конструкция может быть рекомендована к изготовлению с минимальным количеством сварных швов, а именно по два на каждую лопатку.

**Заключение.** Проведённый анализ сварной конструкции рабочего колеса промышленного вентилятора с использованием программного комплекса APM FEM показал, что при исследовании на наличие собственных частот, конструкция сохраняет прочностную и геометрическую устойчивость, а полученные числовые значения появления резонанса сильно превышают значения, возможные при эксплуатации. Для варианта с двумя швами на лопатку собственные частоты пяти первых форм составили: 357,42; 363,01; 363,36; 365,73 и 367,13 Гц. Для варианта с четырьмя швами соответствующие частоты составили: 383,33; 391,77; 394,39; 396,63 и 397,18 Гц. Полученные числовые значения предполагаемого вхождения в резонанс соответствуют требованиям нормативных документов.

---

**Ключевые слова:** сварная конструкция; собственные частоты; резонанс; вибрационная устойчивость; программный комплекс APM FEM; рабочее колесо промышленного вентилятора.

**Конфликт интересов:** Авторы декларируют отсутствие явных и потенциальных конфликтов интересов, связанных с публикацией настоящей статьи.

**Для цитирования:** Григоров И. Ю., Казаков Д. Ю. Исследование собственных частот сварной конструкции рабочего колеса промышленного вентилятора в программном комплексе APM FEM // Известия Юго-Западного государственного университета. 2025; 29(4): 10-22. <https://doi.org/10.21869/2223-1560-2025-29-4-10-22>.

Поступила в редакцию 12.09.2025

Подписана в печать 28.10.2025

Опубликована 22.12.2025

## Study of natural frequencies of a welded industrial fan impeller using the APM FEM software package

Igor Yu. Grigorov <sup>1</sup>✉, Danila Yu. Kazakov <sup>1</sup>

<sup>1</sup> Southwest State University  
50 Let Oktyabrya str., 94, Kursk 305040, Russian Federation  
✉ e-mail: grigorov.igor@mail.ru

### Abstract

**Purpose** of the study is to obtain numerical values for the occurrence of resonance of the studied structure and to evaluate the influence of the number of welds on the resonance of the impeller of an industrial fan in the APM FEM software package.

**Methods.** This article uses the finite element method (FEM) analysis of a welded industrial fan impeller structure using the APM FEM software package for KOMPAS-3D v23.0.0.8. The structure was modeled using KOMPAS V23, and the welds were modeled using the "Permanent Joints" application in accordance with GOST 14771–76-T3. Weld-to-solid conversion was applied to the weld locations to account for them when generating the finite element mesh.

**Results.** Based on the analysis, it can be concluded that the design has a high vibration resistance margin under nominal loads. Increasing the number of welds from two to four per blade of the industrial fan impeller during design slightly increases the resonance risk. Therefore, the design can be recommended for manufacturing with a minimum number of welds, namely two per blade.

**Conclusion.** An analysis of the welded structure of an industrial fan impeller using the APM FEM software package showed that when examined for the presence of natural frequencies, the structure retains its strength and geometric stability, and the obtained numerical values of resonance occurrence significantly exceed the values possible during operation. For the variant with two welds per blade, the natural frequencies of the first five modes were 357.42; 363.01; 363.36; 365.73 and 367.13 Hz. For the variant with four welds, the corresponding frequencies were 383.33; 391.77; 394.39; 396.63 and 397.18 Hz. The obtained numerical values of the expected occurrence of resonance comply with the requirements of regulatory documents.

**Keywords:** welded structure; natural frequencies; resonance; vibration resistance; APM FEM software package; industrial fan impeller.

**Conflict of interest:** The Authors declare the absence of obvious and potential conflicts of interest related to the publication of this article.

**For citation:** Grigorov I. Yu., Kazakov D.Yu. Study of natural frequencies of a welded industrial fan impeller using the APM FEM software package. *Izvestiya Yugo-Zapadnogo gosudarstvennogo universiteta = Proceedings of the Southwest State University*. 2025; 29(4): 10-22 (In Russ.). <https://doi.org/10.21869/2223-1560-2025-29-4-10-22>.

Received 12.09.2025

Accepted 28.10.2025

Published 22.12.2025

## Введение

Современные промышленные вентиляторы представляют собой сложные конструкции, работающие в условиях высоких динамических нагрузок и вибрационных воздействий. Одним из ключевых элементов, определяющих надёжность и долговечность таких машин, является рабочее колесо – узел, подверженный значительным нагрузкам в процессе эксплуатации. Эксплуатация рабочих колёс промышленных вентиляторов сопровождается воздействием переменных аэродинамических нагрузок и вибрационных колебаний, интенсивность которых определяется режимом вращения и конструктивными особенностями изделия. При этом одним из ключевых факторов, влияющих на надёжность и долговечность узла, является его вибрационная устойчивость. Важнейшей задачей на этапе проектирования и верификации конструкции колеса является оценка его вибрационной устойчивости, что особенно актуально для изделий, эксплуатируемых вблизи или в пределах потенциальных резонансных частот.

Одновременно с техническими требованиями на первый план выходит и производственная эффективность. При серийном изготовлении подобных узлов экономически важна оптимизация технологических операций – в частности, процессов сварки, как одного из ключевых способов соединения элементов конструкции. Использование автоматизирован-

ных и роботизированных сварочных комплексов, позиционеров и вращателей значительно повышает точность и повторяемость сварки, однако накладывает определенные издержки на число, расположение и протяжённость сварных швов. В этой связи особое значение приобретает обоснованный выбор компоновки швов, обеспечивающей не только достаточную прочность и жёсткость конструкции, но и соответствие требованиям производственного процесса.

Особое внимание уделяется выбору конструктивного варианта, оптимального с точки зрения вибрационной устойчивости и технологичности. В качестве основного критерия безопасности используется спектр собственных частот конструкции, рассчитываемый методом конечных элементов. В работах [1-4] описаны методы проведения подобных испытаний, однако малоизученным является вопрос об изменении собственных частот конструкции в целом, учитывая все сварные швы и их количество в конструкции. Собственные частоты конструкций подобного типа, являются одним из важнейших параметров при производстве и эксплуатации, что обуславливает большое количество научных исследований в этой области [5–11].

Объектом исследования выступает сварная конструкция рабочего колеса, включающая диск, лопаточный аппарат и элементы крепления, выполненные посредством сварных соединений [12–14]. Особое внимание уделяется методо-

логии сварки и рациональности конструкции, так как именно эти параметры в значительной мере определяют уровень динамических напряжений и вероятность возникновения резонансных явлений.

Конструкция рабочего колеса промышленного вентилятора представлена на рис. 1.

В условиях промышленной эксплуатации возможен широкий диапазон частот возбуждающих воздействий, что делает необходимым определение собственных частот рабочего колеса. Решение данной задачи позволяет выявить критические режимы работы и минимизировать риск разрушения конструкции [15-17].

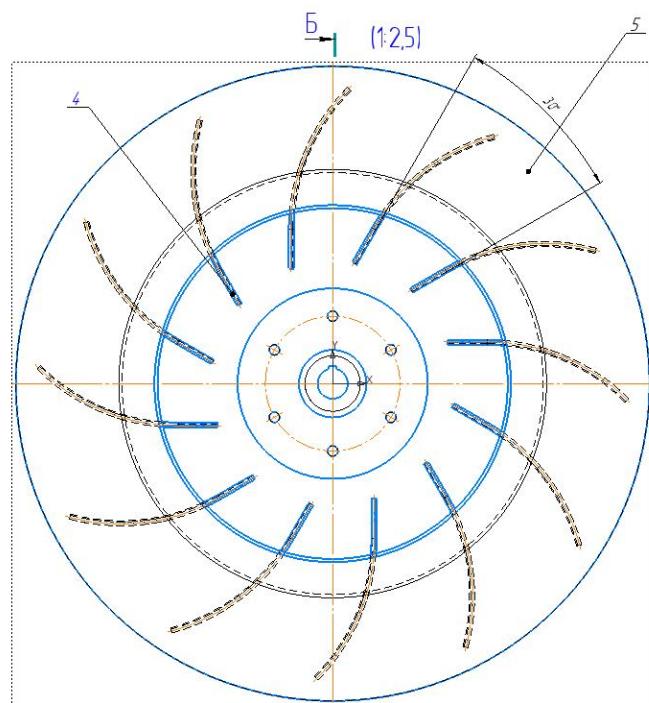


Рис. 1. Конструкция рабочего колеса промышленного вентилятора

Fig. 1. Industrial fan impeller design

Целью настоящего исследования является получение численных значений резонанса и оценка влияния конфигурации сварных швов на динамические характеристики рабочего колеса промышленного вентилятора.

## Материалы и методы

Исследуемая конструкция представляет собой рабочее колесо промышленного вентилятора, включающее центральную ступицу, верхний и нижний диски, а также двенадцать лопаток, рав-

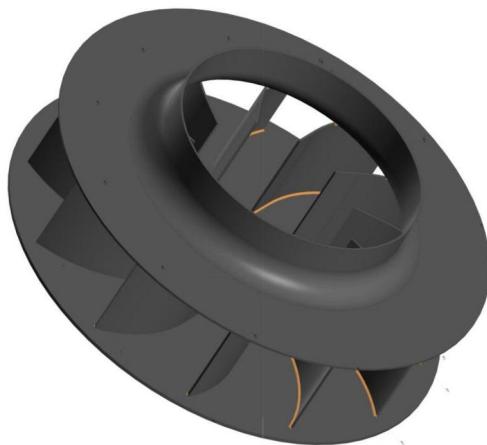
номерно распределённых по окружности. Конструкция выполнена из стали Ст3сп по ГОСТ 380–2005, обладающей механическими характеристиками, достаточными для работы в условиях умеренных механических и вибрационных нагрузок. Соединение элементов моделировалось сварными швами типа Т3 по ГОСТ 14771–76, конфигурация которых варьировалась в зависимости от рассматриваемого варианта конструкции.

Моделирование конструкции проводилось в системе КОМПАС-3D V23 с

использованием приложения «Неразъёмные соединения». Для учёта геометрии сварных швов при генерации конечно-элементной сетки швы преобразовывались в твердотельные элементы. Анализ выполнялся методом конечных элементов (МКЭ) в программном комплексе APM FEM для КОМПАС-3D (версия 23.0.0.8) с целью определения собственных частот конструкции и выявления потенциальных резонансных диапазонов, представляющих опасность при эксплуатации.

В рамках исследования рассматривались два варианта конструкции: лопатки с двумя продольными сварными швами, расположенными с одной стороны, и лопатки с четырьмя швами – по два с каждой стороны. Геометрическая модель во всех вариантах оставалась идентичной, изменения касались исключительно количества сварных швов.

Созданная трёхмерная модель конструкции рабочего колеса промышленного вентилятора показана на рис. 2.



**Рис. 2.** Трёхмерная модель рабочего колеса промышленного вентилятора

**Fig. 2.** 3D model of an industrial fan impeller

Для дискретизации использовалась тетраэдralная конечно-элементная сетка 10-узлового типа с числом элементов более 110 000, что обеспечивало достаточную детализацию распределения масс и жёсткостей, включая зоны сварных соединений.

Границные условия моделирования включали полное закрепление по трём степеням свободы на одной из граней ступицы и закрепление по нормали на противоположной грани, имитируя реальные условия крепления рабочего колеса на валу вентилятора. Для каждого варианта конструкции проводился модальный анализ – расчёт спектра собственных частот без внешнего возбуждения. Особое внимание уделялось первой и ближайшим формам колебаний, обладающим наибольшей вероятностью совпадения с рабочей частотой вращения вентилятора. В расчётах учитывались инерционные и геометрические характеристики всех элементов конструкции, включая зоны сварных соединений.

Закрепление модели – ограничение перемещения и вращения относительно координатных осей X, Y, Z показано на рис. 3.

Параметры сетки конечных элементов представлены в табл. 1.

Внешний вид сгенерированной сетки конечных элементов представлен на рис. 4.

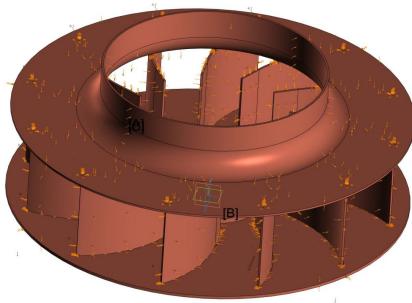
В качестве материала для конструкции рабочего колеса промышленного вентилятора в приложении APM FEM для КОМПАС-3D v23.0.0.8 был принят материал, свойства которого приведены в табл. 2.

В рамках численного моделирования виброустойчивости рабочего колеса промышленного вентилятора были получены эпюры 5 форм собственных колебаний (рис. 5).

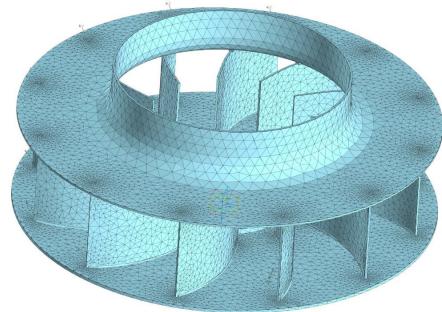
**Таблица 1.** Параметры сетки конечных элементов

**Table 1.** Finite element mesh parameters

Наименование параметра / Parameter Name	Значение параметра / Parameter value
Тип элементов	Твердотельные 10-узловые тетраэдры
Средняя длина стороны элемента, мм	40
Коэффициент сгущения на поверхности	1.2
Коэффициент разрежения в объеме	1.5
Количество конечных элементов	110887-113058
Количество узлов	223799-229394



**Рис. 3.** Закрепление модели рабочего колеса промышленного вентилятора  
**Fig. 3.** Fixing the industrial fan impeller model

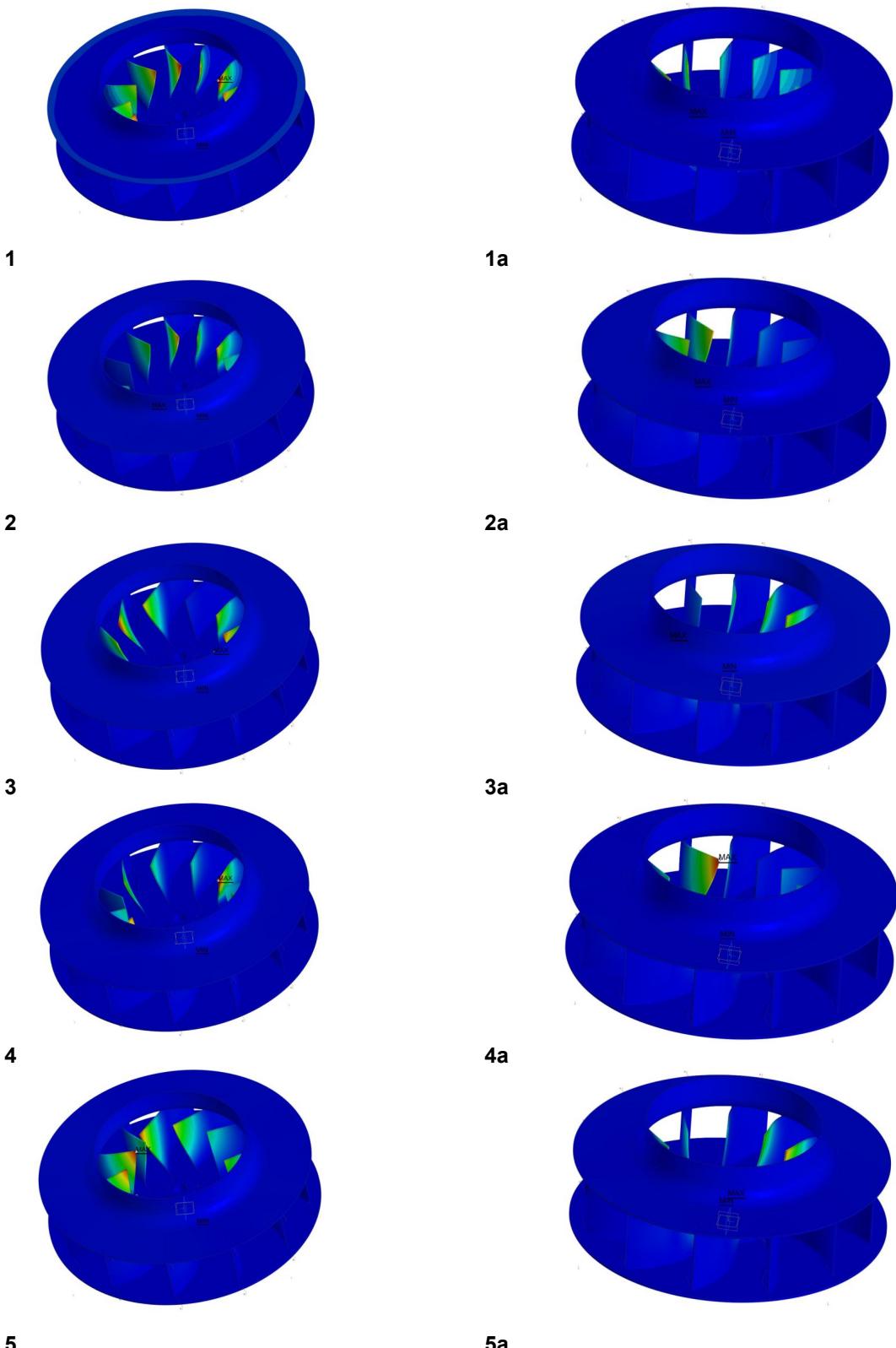


**Рис. 4.** Внешний вид сетки конечных элементов  
**Fig. 4.** Finite element mesh appearance

**Таблица 2.** Свойства материала конструкции

**Table 2.** Properties of the construction material

Предел текучести, Н/мм <sup>2</sup> / Yield strength, N/mm <sup>2</sup>	235
Предел прочности при растяжении, Н/мм <sup>2</sup>	410
Модуль упругости нормальный Н/мм <sup>2</sup>	200000
Коэффициент Пуассона	0,3
Массовая плотность, кг/м <sup>3</sup>	0.000008
Предел выносливости при растяжении, Н/мм <sup>2</sup>	209
Предел выносливости при кручении, Н/мм <sup>2</sup>	139
Удельная теплоемкость Дж/(кг*С°)	462
Теплопроводность Вт/(С°*мм)	0.055
Температурный коэффициент линейного расширения 1/ С°	0.000012



**Рис. 5.** Эпюры: 1-5 – формы собственных колебаний конфигурации конструкции по два шва на лопатку; 1а-5а – формы собственных колебаний конфигурации конструкции по четыре шва на лопатку

**Fig. 5.** Diagrams: 1-5 – natural vibration modes of the design configuration with two welds per blade; 1a-5a – natural vibration modes of the design configuration with four welds per blade

**Таблица 3.** Числовые значения появления резонанса конструкции**Table 3.** Numerical values of the occurrence of structural resonance

№	Частота (Гц) (2 шва) / Frequency (Hz) (2 seams)	Частота (Гц) (4 шва) / Frequency (Hz) (4 seams)
1	357.42	383.33
2	363.01	391.77
3	363.36	394.39
4	365.73	396.63
5	367.13	397.18

На рис. 5 приведены эпюры первых пяти форм собственных колебаний рабочего колеса вентилятора для двух вариантов схемы сварки лопаток. Эпюры 1–5 соответствуют варианту с двумя продольными швами на лопатку, эпюры 1а–5а – варианту с четырьмя швами. Для каждого варианта отображены зоны минимальных и максимальных перемещений элементов конструкции, полученные в результате модального анализа в программном комплексе APM FEM.

Для варианта с двумя швами на лопатку собственные частоты пяти первых форм составили 357,42; 363,01; 363,36; 365,73 и 367,13 Гц. Для варианта с четырьмя швами соответствующие частоты составили 383,33; 391,77; 394,39; 396,63 и 397,18 Гц. Наблюдается смещение спектра собственных частот в область более высоких значений при увеличении числа сварных соединений, что обусловлено ростом общей жёсткости конструкции. Полученные данные свидетельствуют о повышении виброустойчивости рабочего колеса при использовании четырёх швов на лопатку и снижении вероятности воз-

никновения резонансных колебаний при эксплуатации.

### Результаты и их обсуждение

Проведённый модальный анализ позволил оценить влияние конфигурации сварных швов на динамические характеристики рабочего колеса промышленного вентилятора. В качестве основного параметра оценки использовалась первая собственная частота конструкции – критически важный показатель, характеризующий минимально возможную частоту возникновения резонансных колебаний<sup>1</sup>.

В варианте конструкции с двумя сварными швами на одну сторону каждой лопатки (далее – упрощённая схема) первая собственная частота составила 357,4 Гц, при этом вторая и третья модальные формы – 363,0 Гц и 363,4 Гц

<sup>1</sup> ГОСТ 30630.1.1-99/ Методы испытаний на стойкость к механическим внешним воздействующим факторам машин, приборов и других технических изделий, М., 1999; ГОСТ 31350–2007 (ИСО 14694:2003) / Вибрация. Вентиляторы промышленные. Требования к производимой вибрации и качеству балансировки. М., 2007.

соответственно. Диапазон первых пяти форм колебаний находился в пределах 357.4–367.1 Гц, что гарантирует высокий запас по вибрационной устойчивости при реальной рабочей частоте вращения вентилятора 25–33 Гц (соответствующей 1500–2000 об/мин).

В варианте с четырьмя сварными швами на каждую лопатку (по два с каждой стороны) наблюдался рост первой частоты до 383.3 Гц, а верхняя граница первых пяти форм достигала 397.2 Гц. Несмотря на это повышение, относительное увеличение первой частоты составило около 7,2 %, что в инженерной практике не считается существенным при наличии более чем десятикратного запаса по частотам. Повышение жёсткости конструкции, обусловленное симметричным усилием соединений, дало линейный, но не значительный прирост модальных характеристик.

Изменение спектра собственных колебаний сопровождалось и увеличением сложности модальных форм. Так, во втором варианте наблюдаются выраженные локальные формы колебаний в зонах сопряжения швов и лопаток, что указывает на перераспределение жесткостных акцентов конструкции. Однако, как показал численный анализ, концентрация модальной энергии остаётся преимущественно в пределах ступицы и крепления лопаток, а не в зоне сварных швов, что подтверждает надёжность соединений даже при упрощённой схеме.

С точки зрения производства, упрощённая схема является предпочтитель-

ной. При выполнении двух продольных швов с одной стороны на каждой лопатке общее количество сварных операций снижается в два раза. Таким образом, несмотря на наблюдаемый прирост частот в случае четырёх швов, конструкция с двумя сварными соединениями на лопатку показывает полную вибрационную безопасность (первая частота более чем в 10 раз превышает максимальную рабочую), оставаясь при этом производственно эффективной. С инженерной и технологической точек зрения, такой вариант конструкции следует считать оптимальным.

## Выводы

На основании результатов модального анализа установлено, что конфигурация сварных швов оказывает заметное влияние на динамическое поведение рабочего колеса промышленного вентилятора. В частности, увеличение количества сварных соединений на каждой лопатке приводит к росту первой собственной частоты конструкции, что связано с повышением её общей жёсткости и перераспределением модальных форм.

Для варианта с двумя продольными сварными швами на одну сторону лопатки первая собственная частота составила 357.4 Гц, в то время как для конфигурации с четырьмя швами (по два с каждой стороны) этот показатель достиг 383.3 Гц. Несмотря на различие в частотах, в обоих случаях значения значительно превышают рабочий ди-

пазон возбуждающих частот при эксплуатации похожих изделий, что свидетельствует об отсутствии риска резонансных явлений в реальных условиях эксплуатации.

Результаты исследования подтверждают, что при проектировании сварных вращающихся конструкций необходимо учитывать влияние конфигурации соединений на модальный спектр. Даже при сохранении общей геометрии изделия изменение топологии сварки способно приводить к смещению собственных частот и трансформации форм колебаний, что должно быть учтено на

стадии конструкторской проработки и расчётной верификации. Метод конечных элементов в комплексе АРМ FEM показал высокую эффективность для анализа подобных задач и может быть рекомендован для оценки динамической надёжности сварных конструкций в машиностроении.

Учитывая вышеизложенное, сварную конструкцию рабочего колеса промышленного вентилятора с двумя сварными швами на каждую лопатку, можно считать устойчивой к возникновению резонанса.

### Список литературы

1. Котельников А.А., Григоров И.Ю., Гречухин А.Н. Математическое моделирование в сварочном производстве. Курск, 2024.
2. Григоров И. Ю. Исследование прочности сварной конструкции «промышленный счетчик газа» при нагружении внутренним статическим давлением в программном комплексе АРМ FEM // Известия Юго-Западного государственного университета. 2025. Т. 29, № 2. С. 8-23. <https://doi.org/10.21869/2223-1560-2025-29-2-8-23>.
3. Котельников А.А., Натаров А.С. Исследование распределения напряжений, возникающих при нагружении, в сварных соединениях методом конечных элементов // Известия Юго-Западного государственного университета. Серия: Техника и технологии. 2019. Т. 23, № 4. С. 19–30.
4. Котельников А. А., Абышев К. И., Алпеева Е. В. Применение метода конечных элементов в расчётах сварных конструкций. Курск, 2014. 125 с. EDN: SDMWBD
5. Фирсанов В.В., Макаров П.В. Особенности расчёта собственных частот и форм колебаний рабочих колёс компрессоров газотурбинного двигателя применительно к решению задачи флаттера // Труды МАИ. 2012. №55. С. 1–15. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/osobennosti-rascheta-sobstvennyh-chastot-i-form-kolebaniy-rabochih-koles-kompressorov-gazoturbinnogo-dvigatelya-primenitelno-k>
6. Ефимик В.А., Михайлов А.П., Сухоруков А.В. Применение расчёто-экспериментальной методики проектирования многослойных конструкций с трубчатым заполнителем // Проблемы прочности и пластичности. 2023. Т. 85, № 2. С. 45–56.

URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/primenenie-raschetno-eksperimentalnoy-metodiki-proektirovaniya-mnogosloynyh-konstruktsiy-s-trubchatym-zapolnitelem>

7. Мокин Н. А., Кустов А. А., Ганджуцев М. И. Численное исследование естественной частоты и колебаний форм воздухоопорных конструкций // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2018. №4. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/chislennoe-issledovanie-sobstvennyh-chastot-i-form-kolebaniy-vozduhopornyh-sooruzheniy>.

8. Comparative analysis of strength and modal characteristics of a full tubular pump and an axial flow pump impellers based on fluid–structure interaction / L. Shi, J. Zhu, L. Wang, S. Chu, F. Tang, Y. Jin // Energies. 2021; 14(19): 6395. <https://doi.org/10.3390/en14196395>

9. Vibration analysis of a high-pressure multistage centrifugal pump / Y. Zhang, J. Liu, X. Yang, H. Li, S. Chen, W. Lv, W. Xu, J. Zheng, D. Wang // Scientific Reports. 2022; 12: 20293. <https://doi.org/10.1038/s41598-022-22605-2>

10. Improved calculation method for dry modal analysis of four-stage centrifugal pump with corrected stiffness and inertia / J. Li, J. Chen, H. Zhang, F. Wang // PLOS ONE. 2024; 19(4): e0306061. <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0306061>

11. Lima D.Z., Costa E., Mucheroni M. Modal analysis and structural optimization of integrated impeller/rotor components for centrifugal compressors // Structural and Multidisciplinary Optimization. 2024; 67(6): 1235–1249. <https://doi.org/10.1007/s00158-024-03746-6>

12. Jasim H., Al-Obaidi A., Kadhum A. Experimental and FEM vibration analysis of impellers used for water pump // International Journal of Engineering and Applied Physics. 2023; 5(3): 45–52. URL: <https://ijepap.org/ijepap/article/view/134>

13. Chi J. Optimization of vane pump structure based on modal characteristic analysis // Extrica. 2023; (спецвыпуск) 23692: 1–10. URL: <https://www.extrica.com/article/23692> Extrica

14. Wang W., et al. Investigation on pressure pulsation and modal behavior of full-scale RCP impeller // Environmental Systems Engineering. 2021; (естественный журнал Wiley) 3: e904. <https://doi.org/10.1002/ese3.904>

15. Radgolchin M., Anbarsooz M. Investigating the effects of shroud and blade thickness profiles on aeromechanical behavior and fatigue life of 17-4PH impellers // International Journal of Pressure Vessels and Piping. 2023; (Article 104948): 1–11. <https://doi.org/10.1016/j.ijpvp.2023.104948>

16. Vibration characteristics analysis and structural optimization of a volute-less centrifugal fan frame / L. Zhou, K. Liang, D. Zheng, C. Wang, M. Li, T. He, L. Guo, L. Zheng // Applied Sciences. 2025; 15(9): 5069. <https://doi.org/10.3390/app15095069>

17. Hatami Garousi M., Karimi M. A novel modal analysis approach for impellers combining test data and FEM // IRJMETS. 2024; 12(12): 65466. <https://doi.org/10.56726/IRJMETS65466>

## References

1. Kotelnikov A.A., Grigorov I.Yu., Grechukhin A.N. Mathematical modeling in welding production. Kursk, 2024. (In Russ.).
2. Grigorov I. Yu. Study of the strength of the welded structure "industrial gas meter" under loading with internal static pressure in the APM FEM software package. *Izvestiya Yugo-Zapadnogo gosudarstvennogo universiteta = Proceedings of the Southwest State University.* 2025; 29(2): 8-23 (In Russ.). <https://doi.org/10.21869/2223-1560-2025-29-2-8-23>.
3. Kotelnikov A.A., Natarov A.S. Study of the distribution of stresses arising under loading in welded joints using the finite element method. *Izvestiya Yugo-Zapadnogo gosudarstvennogo universiteta. Seriya: Tekhnika i tekhnologii = Proceedings of the Southwest State University. Series: Engineering and Technologies.* 2019; 23(4): 19–30. (In Russ.).
4. Kotelnikov A. A., Abyshev K. I., Alpeeva E. V. Application of the finite element method in calculations of welded structures.. Kursk: Southwest State University; 2014. 125 p. (In Russ.). EDN: SDMWBD
5. Firsanov V.V., Makarov P.V. Features of calculating natural frequencies and vibration modes of impellers of gas-turbine engine compressors as applied to solving the flutter problem. *Trudy MAI = Proceedings of MAI.* 2012; (55): 1–15. (In Russ.). Available at: <https://cyberleninka.ru/article/n/osobennosti-rascheta-sobstvennyh-chastot-i-form-kolebaniy-rabochih-koles-kompressorov-gazoturbinnogo-dvigatelya-primenitelno-k>
6. Efimik V.A., Mikhailov A.P., Sukhorukov A.V. Application of the calculation and experimental methodology for designing multilayer structures with a tubular filler. *Problemy prochnosti i plastichnosti = Problems of Strength and Plasticity.* 2023; 85(2): 45–56. (In Russ.). Available at: <https://cyberleninka.ru/article/n/primenie-raschetno-eksperimentalnoy-metodiki-proektirovaniya-mnogosloynyh-konstruktsiy-s-trubchatym-zapolnitelem>
7. Mokin N. A., Kustov A. A., Gandzhuntsev M. I. Numerical study of the natural frequency and oscillations of air-supported structures. *Stroitel'naya mehanika inzhenernykh konstruktsii i sooruzhenii = Structural mechanics of engineering structures and buildings.* 2018; (4). (In Russ.). Available at: <https://cyberleninka.ru/article/n/chislennoe-issledovanie-sobstvennyh-chastot-i-form-kolebaniy-vozduhopornyh-sooruzheniy>.
8. Shi L., Zhu J., Wang L., Chu S., Tang F., Jin Y. Comparative analysis of strength and modal characteristics of a full tubular pump and an axial flow pump impellers based on fluid–structure interaction. *Energies.* 2021; 14(19): 6395. <https://doi.org/10.3390/en14196395>
9. Zhang Y., Liu J., Yang X., Li H., Chen S., Lv W., Xu W., Zheng J., Wang D. Vibration analysis of a high-pressure multistage centrifugal pump. *Scientific Reports.* 2022; 12: 20293. <https://doi.org/10.1038/s41598-022-22605-2>
10. Li J., Chen J., Zhang H., Wang F. Improved calculation method for dry modal analysis of four-stage centrifugal pump with corrected stiffness and inertia. *PLOS ONE.* 2024; 19(4): e0306061. <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0306061>

11. Lima D.Z., Costa E., Mucheroni M. Modal analysis and structural optimization of integrated impeller/rotor components for centrifugal compressors. *Structural and Multidisciplinary Optimization*. 2024; 67(6): 1235–1249. <https://doi.org/10.1007/s00158-024-03746-6>
12. Jasim H., Al-Obaidi A., Kadhum A. Experimental and FEM vibration analysis of impellers used for water pump. *International Journal of Engineering and Applied Physics*. 2023; 5(3): 45–52. Available at: <https://ijepap.org/ijepap/article/view/134>
13. Chi J. Optimization of vane pump structure based on modal characteristic analysis. *Extrica*. 2023; 23692: 1–10. Available at: <https://www.extrica.com/article/23692> Extrica
14. Wang W., et al. Investigation on pressure pulsation and modal behavior of full-scale RCP impeller. *Environmental Systems Engineering*. 2021; 3: e904. <https://doi.org/10.1002/ese3.904>
15. Radgolchin M., Anbarsooz M. Investigating the effects of shroud and blade thickness profiles on aeromechanical behavior and fatigue life of 17-4PH impellers. *International Journal of Pressure Vessels and Piping*. 2023; (Article 104948): 1–11. <https://doi.org/10.1016/j.ijpvp.2023.104948>
16. Zhou L., Liang K., Zheng D., Wang C., Li M., He T., Guo L., Zheng L. Vibration characteristics analysis and structural optimization of a volute-less centrifugal fan frame. *Applied Sciences*. 2025; 15(9): 5069. <https://doi.org/10.3390/app15095069>
17. Hatami Garousi M., Karimi M. A novel modal analysis approach for impellers combining test data and FEM. *IRJMETS*. 2024; 12(12): 65466. <https://doi.org/10.56726/IRJMETS65466>

---

### Информация об авторах / Information about the Authors

**Григоров Игорь Юрьевич**, кандидат технических наук, доцент кафедры машиностроительных технологий и оборудования, Юго-Западный государственный университет, г. Курск, Российская Федерация, e-mail: grigorov.igor@mail.ru, ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-6207-8194>

**Казаков Данила Юрьевич**, магистрант, кафедра машиностроительных технологий и оборудования, Юго-Западный государственный университет, г. Курск, Российская Федерация, г. Курск, Российская Федерация, e-mail: Danilakazakov28@gmail.com, ORCID: <https://orcid.org/0009-0000-4326-8021>

**Igor Yu. Grigorov**, Cand. of Sci. (Engineering), Associate Professor, Mechanical Engineering Technologies and Equipment Department, Southwest State University, Kursk, Russian Federation, e-mail: grigorov.igor@mail.ru, ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-2003-960X>

**Danila Yu. Kazakov**, Master Student, Mechanical Engineering Technologies and Equipment Department, Southwest State University, Kursk, Russian Federation, e-mail: Danilakazakov28@gmail.com, ORCID: <https://orcid.org/0009-0000-4326-8021>